مغز چگونه ریاضی را یاد می‌گیرد

فهرست

مقدمه ۹
هرکسی می‌تواند محاسبات ریاضی را انجام دهد ۹
ریاضی چیست؟ ۹
چرا یادگیری ریاضی خیلی دشوار است؟ ۱۰
تأثیر آمادگی معلم ۱۱
واکنش‌های متخصصان حوزهٔ ریاضی ۱۲
دربارهٔ این کتاب ۱۲
سؤالاتی که این کتاب به آن‌ها پاسخ خواهد داد ۱۲
محتوای فصل‌ها ۱۳
سایر ابزارهای مفید ۱۴
چه کسانی باید از این کتاب استفاده کنند؟ ۱۵
ارزیابی دانش فعلی شما از چگونگی یادگیری ریاضی . ۱۵
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۱۶

فصل ۱: پرورش درک عدد ۱۷
نوزادان می‌توانند بشمارند ۱۷
درک عدد چیست؟ ۱۸
حیوانات هم درک عدد دارند ۱۹
چرا ما درک عدد داریم؟ ۱۹
یادگیری شمارش ۲۰
شمارش بدون شمردن ۲۰
انواع شمارش بدون شمردن ۲۱
شمردن ۲۱
مبانی شمردن ۲۱
شروع شمردن ۲۳
زبان چگونه بر شمردن تأثیر می‌گذارد؟ ۲۴
اختلافات فرهنگی در ظرفیت حافظهٔ فعال ۲۴
کلمات انگلیسی یادگیری محاسبات را سخت‌تر می‌کند ۲۵
محور ذهنی اعداد ۲۶
نمادهای عددی با کلمات عددی تفاوت دارند ۲۸
نظریه‌های مبسوط دربارهٔ درک عدد ۲۹
آیا می‌توانیم درک عدد را آموزش دهیم؟ ۳۰
آموزش درک عدد در تمام مقاطع تحصیلی ۳۱
تبدیل کمیت‌ها به کلمات و کلمات به نمادها ۳۴
هوش ریاضی / منطقی گاردنر ۳۴
آیا هوش منطقی/ریاضی همان درک عدد است؟ ۳۵
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۳۶
فصل ۱ - پرورش درک عدد ۳۷
پرسش و پاسخ ۳۷

فصل ۲: یادگیری محاسبه کردن ۳۹
رشد ساختارهای مفهومی ۳۹
ساختارها در ۴ سالگی ۴۰
ساختارها در ۶ سالگی ۴۱
ساختارها در ۸ سالگی ۴۱
ساختارها در ۱۰ سالگی ۴۲
ضرب کردن ۴۲
چرا یادگیری جدول‌ضرب دشوار است؟ ۴۳
ضرب و حافظه ۴۳
آیا روش آموزش جدول‌ضرب ما شهودی است؟ ۴۴
الگوها و تداعی‌ها ۴۴
تأثیر زبان بر یادگیری عمل ضرب ۴۶
آیا جدول‌ضرب کمک‌کننده است یا بازدارنده؟ ۴۷
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۴۸
فصل ۲ -یادگیری محاسبه کردن ۴۹
پرسش و پاسخ ۴۹

فصل ۳: مروری بر عناصر یادگیری ۵۱
یادگیری و یادآوری ۵۱
نظام‌های حافظه ۵۱
حافظهٔ فوری ۵۲
حافظهٔ فعال ۵۲

تأثیر فنّاوری بر توجه و حافظه ۵۴
آیا یادداشت‌برداری روی کاغذ بهتر است یا در لپ‌تاپ؟ ۵۴
خواندن از روی کاغذ در مقایسه با خواندن از روی صفحهٔ مانیتور ۵۵
تکرار، حافظه را تقویت می‌کند ۵۶
انواع تکرار ۵۶
اهمیّت معنا ۵۸
چرا معنا تا این حد اهمیّت دارد؟ ۵۹
معنا در مقابل پاسخ‌های خودکار ۵۹
یادگیری چگونه ذخیره می‌شود؟ ۶۰
چه زمانی باید یادگیری جدید در یک درس ارائه شود؟ ۶۲
اثر تقدم و تأخر ۶۲
آیا تمرین باعث تکمیل یادگیری می‌شود؟ ۶۳
شرایط تمرین موفقیت‌آمیز ۶۳
تمرین هدایت‌شده، تمرین مستقل و بازخورد ۶۴
تمرین فشرده و تمرین توزیع‌شده ۶۵
ارزشیابی به‌عنوان شکلی از تمرین ۶۵
فعالیت‌های نوشتاری ۶۷
مزایای نوشتن در درس ریاضی ۶۷
ذهنیت رشد و ذهنیت ثابت در ریاضی ۶۸
تفاوت‌های جنسیتی در ریاضی ۶۹
تهدید کلیشه ۶۹
رویکردهای آموزشی شکاف جنسیتی را کم می‌کند ۷۰
توجه به سبک‌های یادگیری ۷۰
شناسایی هوش‌های چندگانه ۷۱
توجه به سبک‌های تدریس ۷۲
شما دربارهٔ ریاضی چگونه فکر می‌کنید؟ ۷۳
ایجاد انگیزه در دانش آموزان برای درس ریاضی ۷۵
بررسی انگیزش ۷۵
نظرسنجی درس ریاضی ۷۶
راهبردهایی برای ایجاد انگیزه در درس ریاضی ۷۶
آنچه در فصل بعدی می‌خوانید ۷۸
فصل ۳ – مروری بر عناصر یادگیری ۷۹
پرسش و پاسخ ۷۹

فصل ٤: آموزش ریاضی به کودکان پیش‌دبستانی و مهدکودک ۸۱
آیا یادگیری ریاضی در دورهٔ پیش‌دبستانی لازم است؟ ۸۱
ارزیابی توانایی درک عدد دانش آموزان ۸۲
رفتار اجتماعی و هیجانی کودکان پیش‌دبستانی ۸۳
کودکان پیش‌دبستانی و مهدکودک باید چه مطالبی از ریاضی را بیاموزند؟ ۸۳
پیشنهادهای آموزشی برای کودکان پیش‌دبستانی و مهدکودک ۸۶
دستورالعمل‌های عمومی ۸۶
پیشنهادهایی برای آموزش شمارش بدون شمردن ۸۷
شمارش بدون شمردن و درک ارتباط جزء– کل ۸۹
شمارش بدون شمردن با ورودی‌های شنیداری ۹۰
یادگیری شمردن ۹۱
یک نظام شمارش ساده‌تر ۹۲
گفتگوهای معلم دانش عددی را افزایش می‌دهد ۹۳
سؤال کردن ۹۴
پرورش مهارت‌های مرتب‌سازی و طبقه‌بندی ۹۵
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۹۹
فصل ٤ –آموزش ریاضی به کودکان دورهٔ پیش‌دبستانی و مهدکودک ۱۰۰
پرسش و پاسخ ۱۰۰

فصل ٥ : آموزش ریاضی در دورهٔ پیش‌نوجوانی ۱۰۱
مغز پیش نوجوانی چیست؟ ۱۰۱
طبیعت چگونه بر مغز در حال رشد تأثیر می‌گذارد؟ ۱۰۱
مادهٔ خاکستری و مادهٔ سفید ۱۰۱
رفتار هیجانی و عقلانی ۱۰۲
تأثیرات محیط بر رشد مغز جوان ۱۰۴
آموزش برای معنا دادن ۱۰۶
استفاده از مدل‌ها ۱۰۶
استفاده از انسداد شناختی برای یادآوری معنی ۱۰۷
چه مطالبی را باید آموزش دهیم؟ ۱۰۷

استانداردهای ایالتی هستهٔ مشترک ریاضی (CCSS) ۱۰۸
تغییرات مهم در CCSS–M ۱۰۸
آموزش مهارت‌های فرایندی ۱۱۰
آیا این درس درک عدد را افزایش می‌دهد؟ ۱۱۰
ارزیابی درک عدد دانش آموزان ۱۱۰
پرورش درک عددی چندرقمی ۱۱۲
آیا این درس با تخمین زدن سروکار دارد؟ ۱۱۳
روش‌های تخمین زدن ۱۱۴
انواع تخمین زدن ۱۱۵
فعالیت‌های معنادار تخمین زدن ۱۱۵
از حفظ کردن تا درک کردن ۱۱۶
آیا ما در مقطع ابتدایی ریاضی را به‌منظور درک کردن آموزش می‌دهیم؟ ۱۱۷
مثالی از رویکرد اخباری–محور ۱۱۸
سایر راهبردها برای افزایش درک و فهم ۱۲۰
درک و فهم ضرب ۱۲۱
الگوی مساحتی با بلوک‌های پایهٔ ۱۰ ..... ۱۲۳
آیا این درس، استدلال ریاضی را تقویت می‌کند؟ ۱۲۴
آیا کودکان در مرحلهٔ پیش نوجوانی مهارت استدلال ریاضی را دارند؟ ۱۲۵
تفسیر علامت مساوی ۱۲۵
استفادهٔ مؤثر از تمرین با دانش آموزان خردسال ۱۲۷
سازمان‌دهندهٔ تصویری ۱۲۷
استفاده از فنّاوری ۱۲۹
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۱۲۹
فصل ۵ – آموزش ریاضی در دورهٔ پیش‌نوجوانی ۱۳۰
پرسش و پاسخ ۱۳۰

فصل ٦ : آموزش ریاضی به نوجوانان ۱۳۱

منظور از مغز نوجوان چیست؟ ۱۳۱
بیش فعالی لوب‌های پیشانی ۱۳۱
حافظهٔ فعال در حال رشد ۱۳۲
آیا چالش‌های شبه بزرگ‌سالی رسش را تسریع می‌کند؟ ... ۱۳۲
جستجو برای تازگی ۱۳۳
تازگی مطالب و ریاضی ۱۳۴
جبر و مغز نوجوان ۱۳۵
سبک‌های یادگیری و برنامهٔ درسی ریاضی ۱۳٦
سبک یادگیری کیفی در برابر کمّی ۱۳۶
پرورش استدلال ریاضی ۱۳۶
انتخاب‌های آموزشی در ریاضی ۱۳۸
سه مرحله برای لایه‌بندی برنامهٔ درسی ۱۳۹
مثال‌هایی از واحدهای درسی لایه‌ای ۱۴۲
سازمان دهنده‌های تصویری ۱۴۶
تفسیر صورت‌مسئله ۱۵۱
فرایند ***SQRQCQ*** ***151*** .....
روش خواندن چرخشی صورت‌مسئله و حل آن ۱۵۲
معنادار کردن ریاضی برای نوجوانان ۱۵۳
احتمال ۱۵۳
محاسبهٔ سود وام خرید خودرو ۱۵۴
تغییرات نمایی/تصاعدها ۱۵۴
نسبت/تناسب ۱۵۶
سایر فعالیت‌های معنادار ۱۵۷
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۱۵۸
فصل ٦– آموزش ریاضی به نوجوانان ۱۵۹
پرسش و پاسخ ۱۵۹

فصل ۷: تشخیص و حل مشکلات ریاضی ۱٦۱

شناسایی مشکلات ریاضی ۱٦۲
تعیین ماهیت مشکل ۱٦۲
مهارت‌های پیش‌نیاز ۱٦۲
ابزارهای تشخیصی ۱٦۳
ارزشیابی پایه‌های ابتدایی ۱٦۳
ارزشیابی‌های پس از مقطع ابتدایی ۱٦۳
عوامل محیطی ۱٦٦
نگرش دانش آموزان دربارهٔ ریاضی ۱٦٦
ترس از ریاضی (اضطراب ریاضی) ۱٦۷
کاهش اضطراب ریاضی در کلاس درس ۱٦۸
عوامل عصبی و سایر عوامل ۱۷۳
محاسبه پریشی ۱۷۴

دلایل احتمالی ۱۷۵
انواع اختلالات ریاضی ۱۷۶
ارتباط محاسبه پریشی با سایر اختلالات ۱۷۸
پرداختن به مشکلات ریاضی ۱۷۹
یافته‌های تحقیقات ۱۷۹
دستورالعمل‌های اساسی ۱۸۰
رویکرد عینی- بازنمایی- انتزاعی ۱۸۱
فرایند مداخلهٔ عددی ۱۸۴
دانش آموزان مبتلا به ناتوانی یادگیری غیرکلامی ۱۸۴
دانش آموزان دارای هر دو مشکلات ریاضی و خواندن ... ۱۸۶
زبان آموزان انگلیسی ۱۸۹
مسائل مربوط به زبان ۱۹۰
مسائل شناختی ۱۹۲
یافته‌های پژوهشی ۱۹۲
آنچه در فصل بعد می‌خوانید ۱۹۳
فصل ۷ – تشخیص و حل مشکلات ریاضی ۱۹۴
پرسش و پاسخ ۱۹۴

فصل ۸: جمع‌بندی ۱۹۵
طراحی دروس ریاضی قبل از کلاس ۱۲ ..... ۱۹۵
سؤال‌هایی که باید در هنگام طراحی دروس پرسیده شود ۱۹۵
آیا این درس با حافظه سازگار است؟ ۱۹۵
آیا این درس انسداد شناختی را شامل می‌شود؟ ۱۹۶
آیا به اثر تقدم و تأخر توجه می‌شود؟ ۱۹۷
آیا یک درس باید با تکالیف ریاضی شروع شود؟ ۱۹۸
تمرین چه تأثیری دارد؟ ۱۹۹
چه نوع نوشتنی باید وجود داشته باشد؟ ۱۹۹
راهبردهایی برای استفاده از نوشتن در ریاضی ۱۹۹
نوشتن به‌عنوان یک ابزار ارزیابی ۲۰۰
آیا به هوش‌های چندگانه توجه می‌شود؟ ۲۰۱
آیا این درس تفاوت‌ها را در نظر گرفته است؟ ۲۰۱
رهنمودهایی برای آموزش متمایز ۲۰۳
تلفیق با هنر ۲۰۴
از STEM تا STEAM ۲۰۴
مثال‌هایی از چگونگی ادغام هنر در درس ریاضی ۲۰۵
درس ریاضی مهدکودک:
شکل‌ها و اندازه‌ها را توضیح دهید ۲۰۵
ریاضی پایهٔ ۶: ضرب و تقسیم کسرها و اعشار ۲۰۶
جاهایی که تلفیق هنر در ریاضی مؤثر است ۲۰۷
مدل آموزشی ساده‌شده ۲۰۸
اقدام پژوهی را به خاطر داشته باشید ۲۰۹
نتیجه‌گیری ۲۱۰
فصل ۸– جمع‌بندی: طراحی دروس ریاضی قبل از کلاس ۱۲ ..... ۲۱۱
پرسش و پاسخ ۲۱۱

واژه‌نامه ۲۱۳
منابع ۲۱۷

مقدمه

اعداد بر جهان حکومت می‌کنند.

— فیثاغورث

■ هرکسی می‌تواند محاسبات ریاضی را انجام دهد

نوع بشر با توانمندی‌های چشمگیری متولد می‌شود. یکی از این توانمندی‌ها یادگیری زبان است. کودکان نوپا تنها چند سال پس از تولد، بدون استفاده از آموزش مستقیم، با دیگران گفتگو می‌کنند. در طول چند سال بعد، جمله‌های آن‌ها پیچیده‌تر می‌شود و واژگان آن‌ها افزایش می‌یابد. کودکان در ۱۰ سالگی حدود ۱۰۰۰۰ کلمه را می‌فهمند و زبان مادری خود را با ۹۵٪ دقت، صحبت می‌کنند.

استعداد ذاتی دیگر انسان، درک عدد است (توانایی تعیین تعداد اشیا در یک مجموعهٔ کوچک، شمردن و انجام اعمال جمع و تفریق ساده بدون دریافت آموزش مستقیم). بااین‌حال، در ۱۰ سالگی تعدادی از این کودکان می‌گویند «من نمی‌توانم محاسبات ریاضی را انجام دهم»؛ اما هرگز از آن‌ها نمی‌شنوید که بگویند «من نمی‌توانم زبان یاد بگیرم». این تفاوت ناشی از چیست؟

کودکان اغلب می‌گویند که من نمی‌توانم محاسبات ریاضی را انجام دهم؛ اما به‌ندرت می‌گویند که من نمی‌توانم زبان را یاد بگیرم، این تفاوت ناشی از چیست؟

یک دلیل این است که زبان شفاهی و درک عدد، مهارت‌های بقا هستند؛ اما ریاضی انتزاعی این‌گونه نیست. در مقطع ابتدایی ما مفاهیم و روش‌های پیچیده‌ای را به مغزی ارائه می‌دهیم که در ابتدا برای بقا در گرم دشت‌های آفریقا طراحی‌شده است. در ۵۰۰۰ سال گذشته، فرهنگ و جامعهٔ بشری تغییرات زیادی کرده است؛ اما مغز انسان تغییری نکرده است. پس وقتی‌که مغز با مسائلی که برای آن‌ها آماده نشده است، مانند ضرب دو عدد در یکدیگر، مواجه می‌شود چگونه با آن‌ها برخورد می‌کند؟ به لطف ابزارهای جدید تصویربرداری که به کمک آن‌ها می‌توانیم داخل مغز موجود زنده را بررسی کنیم، می‌بینیم که وقتی مغز تکلیفی را انجام می‌دهد که توانایی‌های ذاتی محدودی برای آن دارد، مدارهای مغزی را فراخوانی می‌کند. این‌که مغز انسان می‌تواند در برابر این چالش‌ها برخیزد، گواهی است بر توانایی چشمگیر آن در ارزیابی محیط و انجام محاسباتی که می‌تواند بشر را به‌طور ایمن بر روی ماه فرود آورد و یک کاوشگر فضایی را به مدار سیاره‌ای بفرستد که صدها میلیون مایل دور است.

■ ریاضی چیست؟

برای بیشتر مردم، ریاضی به محاسبهٔ اعداد مربوط می‌شود. حتی ممکن است بعضی‌ها تعریف ریاضی را به مطالعهٔ کمیت (محاسبه)، فضا (هندسهٔ مسطح و هندسهٔ فضایی) و تغییر (حساب) بسط دهند؛ اما حتی این تعریف، حیطه‌های زیادی را که علم ریاضی و ریاضی‌دانان به آن پی برده‌اند، در برنمی‌گیرد. یک تعریف گسترده‌تر از ریاضی متعلق به

ساویر (۱۹۸۲) است. در دهۀ ۱۹۵۰، ساویر، ریاضی را «طبقه‌بندی و مطالعۀ تمام الگوهای ممکن» تعریف کرد (صفحه ۱۲). وی توضیح داد که الگو، «شامل تقریباً هر نوع نظم و قاعده‌ای است که ذهن می‌تواند آن را شناسایی کند» (صفحه ۱۲).

ریاضی‌دانان دیگر که تعریف ساویر را به اشتراک گذاشته‌اند، این تعریف را حتی خیلی کوتاه‌تر ارائه داده‌اند: ریاضی علم الگوها است. دِولین (۲۰۰۰) نه‌تنها با این تعریف موافق است، بلکه یکی از کتاب‌های خود را با این عنوان نام‌گذاری کرد. او توضیح داد که الگوها شامل نظم، ساختار و روابط منطقی هستند و از الگوهای بصری کاشی‌ها، سرامیک‌ها و کاغذدیواری‌ها فراتر رفته و به هر آنچه در طبیعت وجود دارد مربوط می‌شوند. به‌عنوان‌مثال، الگوها را می‌توان در مدار سیاره‌ها، تقارن گل‌ها، نحوۀ رأی دادن مردم، خال‌های روی بدن گربۀ وحشی، نتیجۀ شرط‌بندی‌ها، ارتباط بین کلماتی که یک جمله را تشکیل می‌دهند و توالی صداهایی که ما آن‌ها را به‌عنوان موسیقی می‌شناسیم، پیدا کرد. برخی از الگوها، عددی هستند و می‌توان آن‌ها را با عدد توصیف کرد، مانند الگوهای رأی‌گیری یک ملت یا احتمال برنده شدن در قرعه‌کشی. الگوهای دیگر مانند خال‌های روی بدن گربۀ وحشی، طرح‌های بصری هستند و به‌هیچ‌وجه نمی‌توان آن‌ها را به اعداد ربط داد.

می‌توان ریاضی را به‌سادگی به‌عنوان علم الگوها تعریف کرد.

دِولین (۲۰۰۰) همچنین خاطرنشان می‌کند که ریاضی مسائل مشاهده ناپذیر را مشاهده‌پذیر می‌کند. ۲۰۰۰ سال قبل، ریاضی‌دان یونانی به نام اراتوستن توانست قطر زمین را با دقت قابل‌توجهی محاسبه کند بدون اینکه پایش را از این سیاره بیرون بگذارد. معادلات ایجادشده به‌وسیلۀ دنیل برنولی، ریاضی‌دان قرن ۱۸، توضیح می‌دهد که چگونه هواپیمای جت در حال پرواز در یک وضعیت معین باقی می‌ماند. به لطف اسحاق نیوتون می‌توانیم تأثیر نیروی مشاهده ناپذیر جاذبه را محاسبه کنیم. اخیراً زبان‌شناس معروف، نوام چامسکی، از ریاضی برای تبیین الگوهای مشاهده ناپذیر و انتزاعی کلمات که ما آن‌ها را به‌عنوان جمله‌های دستوری می‌شناسیم استفاده کرده است.

اگر ریاضی علم الگوها است و اگر الگوهای مشاهده‌پذیر و نامریی در اطراف ما وجود دارند، پس ریاضی فقط به اعداد مربوط نمی‌شود، بلکه مربوط به دنیایی است که ما در آن زندگی می‌کنیم. اگر این‌گونه است، پس چرا تعدادی از دانش آموزان قبل از اینکه دبیرستان را تمام کنند از ریاضی بیزار می‌شوند؟ در آن کلاس‌ها چه اتفاقی می‌افتد که این احساس را در دانش آموزان ایجاد می‌کند که ریاضی موضوعی بی‌فایده و پر از نمادهای انتزاعی و بی‌معنی است؟ بدیهی است که متخصصان باید تلاش کنند برنامه‌های درسی ریاضی را به‌صورت مهیج و مرتبط با دانش‌آموزان طراحی کنند و طراحی درس‌ها به‌گونه‌ای باشد که این شور و هیجان به آموزش‌های روزمره منتقل شود.

من بحث در مورد این‌که چه مطالبی را می‌توان در برنامۀ درسی ریاضی پیش‌دبستانی تا کلاس دوازدهم گنجاند به متخصصان آن حوزه واگذار خواهم کرد، به‌خصوص اکنون‌که استانداردهای ایالتی هسته مشترک ریاضی (مرکز انجمن ملی فرمانداران برای بهترین فعالیت‌ها و شورای کارکنان ارشد مدارسِ دولتی، ۲۰۱۰) به‌وسیلۀ تعدادی از ایالت‌ها ارائه‌شده و مورد موافقت هم قرارگرفته است. هدف من در اینجا این است که نشان دهم چگونه می‌توان از تحقیقات علوم اعصاب شناختی برای برنامه‌ریزی دروس حوزه ریاضی استفاده کرد که با احتمال بیشتری به یادگیری و یادسپاری منجر شوند.

چرا یادگیری ریاضی خیلی دشوار است؟

موفقیت در ریاضیِ مقطع دبیرستان هنوز کار خیلی آسانی نیست. به جدول ۱.۱ نگاه کنید. نتایج ارزیابی ملی پیشرفت آموزشی (NAEP) آزمون‌های ریاضیِ دانش آموزان کلاس دوازدهم نشان داد که ۲۳٪ از آن‌ها در مهارت‌های ریاضی تبحر دارند. نتیجۀ مشابهی در ارزیابی سال ۲۰۰۹ هم به دست آمد. هیچ متخصص آموزشی یا پدر و مادری با دیدن چنین نتیجه‌ای که نشان‌دهندۀ درصد پایینی از مهارت عملکردی دانش آموزان ارشد دبیرستانی در درس

جدول ۱.۱ سطح تسلط برای دانش آموزان کلاس ٤، ۸ و ۱۲ در ریاضی بر اساسNAEP، ۲۰۰۵-۲۰۱۳

سال	کلاس ۴				کلاس ۸				کلاس ۱۲			
	زیر متوسط	متوسط	مسلط	پیشرفته	زیر متوسط	متوسط	مسلط	پیشرفته	زیر متوسط	متوسط	مسلط	پیشرفته
۲۰۱۳	۱۷	۴۱	۳۴	۸	۲۶	۳۸	۲۷	۹	۳۵	۳۹	۲۳	۳
۲۰۱۱	۱۸	۴۲	۳۴	۷	۲۷	۳۹	۲۶	۸	–	–	–	–
۲۰۰۹	۱۸	۴۳	۳۳	۶	۲۷	۳۹	۲۶	۸	۳۶	۳۸	۲۳	۳
۲۰۰۷	۱۸	۴۳	۳۴	۶	۲۹	۳۹	۲۵	۷	–	–	–	–
۲۰۰۵	۲۰	۴۴	۳۱	۵	۳۱	۳۹	۲۴	۶	۳۹	۳۸	۲۱	۲

منبع: NAEP، (۲۰۱۳)

ریاضی است، نمی‌تواند خاطرجمع باشد. دانش آموزان پایهٔ چهارم ۳۴٪ مهارت داشتند، درحالی‌که برای دانش آموزان همان مقطع در سال ۲۰۰۹ این رقم ۳۳٪ و در سال ۲۰۱۱ این رقم ۳۴٪ بود. در سال ۲۰۱۳، ۲۷٪ از دانش آموزان پایهٔ هشتم در ریاضی مهارت داشتند و برای دانش آموزان همین مقطع در ارزیابی‌های سال ۲۰۰۹ و ۲۰۱۱ این رقم ۲۶٪ بود. نتایج نشان داد که پیشرفت دانش آموزان معنی‌دار نبوده است (, NAEP۲۰۱۳). علیرغم توجه‌های زیاد و آزمون‌های سرنوشت سازی که در سال‌های اخیر روی آموزش ریاضی متمرکزشده است؛ نتایج پیشرفت، تغییر چندانی نداشته است.

توجیهات برای این عملکرد نامناسب، فراوان است. برخی معتقدند که یادگیری ریاضی دشوار است؛ زیرا بسیار انتزاعی است و مستلزم تفکر منطقی‌تر و منظم‌تر است. عده‌ای دیگر معتقدند که نمادهای مختلفی که در ریاضی به‌کاررفته‌اند، آن را شبیه به یادگیری یک زبان خارجی کرده است. منتقدان تعلیم و تربیت معتقدند که تنها تعداد معدودی از دانش آموزان ازلحاظ رشدی قادر به یادگیری ریاضی نیستند و ریشهٔ عملکرد ضعیف، ناشی از آموزش ناکافی است. آن‌ها این را «مجادلات ریاضی» می‌نامند که باعث جلوگیری از پیشرفت در تدوین برنامهٔ درسی ریاضی می‌شود، همانند «مجادلات خواندن» که در طی دهه‌های ۱۹۹۰ برای آموزش خواندن اتفاق افتاد.

تأثیر آمادگی معلم

یکی دیگر از عوامل بالقوه مؤثر بر موفقیت دانش آموزان در ریاضی، دانش محتوایی معلم‌های آن‌ها است. مطالعات زیادی نشان داده است که دانش‌آموزان مقطع دبیرستان و راهنمایی زمانی که معلم‌های آن‌ها دارای مدرک ریاضی باشند بیشتر یاد می‌گیرند (واین و یانگس ۲۰۰۳). اگرچه ایالت‌ها در حال افزایش الزامات دوره برای افراد مجاز به آموزش ریاضی در مقطع راهنمایی هستند؛ اما مشکلات هم چنان پابرجاست. یک مطالعهٔ جدید که بر روی ۱۱۵ معلم آیندهٔ ریاضی مقطع دبیرستان در یک دانشگاه دولتی بزرگ آمریکا انجام شد نشان داد که تعداد قابل‌توجهی از آن‌ها دانش محدودی از درس جبر برای تدریس دارند (هوانگ و کولم، ۲۰۱۲). دانشجویان هنگام حل معادلات درجهٔ دوم، استدلال و اعمال جبری، اشتباهات زیادی مرتکب می‌شدند. آن‌ها همچنین در ارتباط نمایش‌های جبری و گرافیکی مشکل داشتند.

مطالعهٔ میدانی وزارت آموزش‌وپرورش آمریکا نشان داد که تنها ۶۳٪ از حدود ۱۴۴۰۰۰ معلم ریاضی دبیرستان‌های کشور هم مدرک دانشگاهی و هم گواهینامه تدریس ریاضی دارند (هیل، ۲۰۱۱). تقریباً ۲۶٪ از آن‌ها فقط دارای مدرک کارشناسی مرتبط با ریاضی و یا گواهینامهٔ معتبر بودند و حدود ۱۱٪ هیچ‌کدام از مدارک معتبر لازم برای تدریس ریاضی را نداشتند. گروه آخر به‌عنوان معلمان خارج از حوزه نام‌گذاری شدند. مطالعات دیگر نشان داد که

معلمان خارج از حوزه به‌احتمال‌زیاد در مدارس بسیار فقیرنشین یا در مدارسی که بیشترین دانش‌آموزان مشکل‌دار در آنجا وجود دارند، تدریس می‌کنند (کالو گریز، لوب و بتل، ۲۰۱۱).

واکنش‌های متخصصان حوزهٔ ریاضی

انجمن ملی معلمان ریاضی (NCTM) در سال ۲۰۰۰، اصول و معیارهایی برای ریاضی مدارس منتشر کرد که در این دستورالعمل پنج فرایند و پنج محتوای استاندارد برای آموزش ریاضی مقطع پیش‌دبستانی تا کلاس ۱۲ ارائه شد. از آن زمان، تفسیر این استانداردها در مقطع ابتدایی و متوسطه چنان گسترده شد که NCTM تصمیم گرفت برنامه‌ریزی درسی آن مقاطع را بازنگری کند.

در سال ۲۰۰۶، NCTM نقاط محوری برنامهٔ درسی برای ریاضی مقطع پیش‌دبستانی تا کلاس ۸ را منتشر کرد که ۳ موضوع اصلی ریاضی در هر پایه را مشخص می‌کرد. این سه موضوع، خوشه‌های منسجم دانش، مهارت‌ها و مفاهیم مرتبط بودند که پایه و اساس لازم برای درک مفاهیم ریاضی در مقاطع بالاتر را شکل می‌دهند. این دستورالعمل باهدف انسجام بیشتر برنامه‌های درسی بسیار متنوع ریاضی که در حال حاضر مورداستفاده قرار می‌گیرد منتشر شد. این دستورالعمل، چارچوبی را برای ایالت‌ها و نواحی آموزشی فراهم کرد تا ارزیابی‌ها و انتظارات متمرکزتری برای توسعهٔ برنامهٔ درسی ریاضی قبل از پایهٔ هشتم ارائه دهند. مدت کوتاهی پس‌ازآن، هیئت ملی مشاوره ریاضی (۲۰۰۸) گزارش نهایی خود را منتشر کرد و پیشنهادهایی را برای تغییر برنامهٔ درسی، آموزش معلمان، شیوه‌های آموزش و مطالب آموزشی و ارزیابی ارائه داد. در این میان، انجمن ملی فرمانداران و شورای کارکنان ارشد مدارس دولتی تلاش کردند تا استانداردهای مربوط به ریاضی و هنرهای زبانی/ انگلیسی ایجاد کنند که درنهایت در سال ۲۰۱۰ به‌عنوان استانداردهای ایالتی هسته مشترک ریاضی به چاپ رسید و به‌وسیلهٔ بیشتر ایالت‌ها تصویب شد. در مورد این استانداردها در فصل ۴ و ۵ بیشتر توضیح خواهیم داد.

این‌که آیا این تلاش‌ها در پیشرفت دانش‌آموزان موفقیت‌آمیز خواهد بود یا خیر، در آینده مشخص خواهد شد. در این میان، معلم‌ها هر روز به کلاس می‌روند و آماده می‌شوند تا به دانش‌آموزان خود کمک کنند تا به‌اندازهٔ کافی برای تسلط بر عملیات و اصول ریاضی احساس اعتمادبه‌نفس کسب کنند. یک‌چیز مسلم به نظر می‌رسد: دانش‌آموزانی که در سال‌های ابتدایی در ریاضی ضعیف هستند در سال‌های بعدی هم ضعیف عمل می‌کنند.

■ دربارهٔ این کتاب

اغلب از من خواسته می‌شود نمونه‌های خاصی از چگونگی تأثیر ثمرهٔ تحقیقات علمی بر روی تمرین‌های آموزشی ارائه دهم. اکنون به این سؤال بسیار آسان‌تر از ۲۰ سال پیش می‌توان پاسخ داد؛ زیرا اکتشافات اخیر در علم اعصاب شناختی درک عمیق‌تری از مغز به ما داده است. به لطف فناوری تصویربرداری مغزی، اکنون دانش بیشتری در مورد نظام‌های حافظهٔ کوتاه‌مدت و بلندمدت، تأثیر هیجانات بر یادگیری، چگونگی اکتساب زبان و مهارت‌های حرکتی و نحوه یادگیری خواندن داریم؛ اما مدت‌زمان کوتاهی است که محققان بررسی دقیق مکانیسم‌های عصبی درگیر در پردازش عملیات ریاضی و علم حساب را شروع کرده‌اند.

سؤالاتی که این کتاب به آن‌ها پاسخ خواهد داد

این کتاب به سؤالات زیر پاسخ خواهد داد:

- ما با چه تعداد توانایی‌های ذاتی متولدشده‌ایم؟
- کودکان خردسال بدون آموزش مستقیم تا چه مقدار کار کردن با اعداد و علم حساب پایه را می‌آموزند؟

- چرا افراد بومی زبان آسیایی زودتر و سریع‌تر از کودکان انگلیسی‌زبان قادر به یادگیری محاسبات هستند؟
- چه نوع نظام عددی می‌تواند به کودکان انگلیسی‌زبان کمک کند تا محاسبه را راحت‌تر و سریع‌تر بیاموزند؟
- چرا یادگیری ریاضی برای بسیاری از دانش آموزان بسیار دشوار است؟
- پیامدهای تحقیق حاضر در مورد نحوه یادگیری محاسبه برای تمرین‌های روزانه کلاسی چیست؟
- ذهنیت معلمان و دانش آموزان چگونه بر آموزش و یادگیری ریاضی تأثیر می‌گذارد؟
- مغز چگونه می‌تواند با مفاهیم انتزاعی ریاضی رابطه برقرار کند؟
- چگونه فناوری عمومی بر نظام‌های توجه و حافظهٔ دانش آموزان تأثیر می‌گذارد؟
- چه راهکارهایی در آموزش دانش آموزان دارای مشکلات خواندن برای یادگیری ریاضی مؤثر است؟
- چگونه می‌توانیم بگوییم که آیا مشکلات دانش‌آموز در ریاضی نتیجه عوامل محیطی است یا نقایص رشدی؟
- معلمان ریاضی هنگام برنامه‌ریزی دروس چه راهکارهایی را باید مدنظر قرار دهند؟
- مطالعات تصویربرداری از مغز دربارهٔ ماهیت محاسبه پریشی چه چیزی نشان داده‌اند؟
- معلمان دوره ابتدایی و متوسطه چگونه می‌توانند با موفقیت مشکلات ریاضی را تشخیص دهند؟
- چه راهکارهای آموزشی به بهترین وجه برای دانش‌آموزانی که در ریاضی مشکل‌دارند مؤثر است؟
- چه راهکارهای آموزشی برای دانش آموزان انگلیسی‌زبان که در ریاضی مشکل‌دارند مؤثر است؟
- چگونه معلمان می‌توانند از تحقیقاتی که دربارهٔ چگونگی یادگیری ریاضی انجام‌شده است برای طراحی یک مدل آموزشی برای آموزش ریاضی استفاده کنند؟
- چگونه ادغام هنر در درس ریاضی می‌تواند آموزش و یادگیری را بهبود بخشد؟

محتوای فصل‌ها

فصل ۱- پرورش درک عدد. توانایی کودکان در تعیین مقادیر و اعداد مدت‌زمان بسیار کوتاهی پس از تولد آغاز می‌شود. در این فصل به بررسی مؤلفه‌های این درک عدد ذاتی می‌پردازیم و همچنین بررسی می‌کنیم که چگونه این توانایی به انجام محاسبه و چهار عمل اصلی ریاضی منجر می‌شود. در این فصل نگاهی می‌اندازیم به مناطق مغزی که باهم کار می‌کنند و با اعداد سروکار دارند. همچنین روش‌های تأثیرگذاری زبان بر سرعت و راحتی یادگیری شمارش کودکان را مدنظر قرار خواهیم داد.

فصل ۲ - یادگیری انجام محاسبه. ازآنجاکه شمارش اعداد بزرگ یک مهارت مربوط به بقا نیست؛ بنابراین مغز باید مفاهیم و روش‌های ریاضی را بیاموزد. در این فصل مراحل مختلف رشدی موردبررسی قرار می‌گیرد که مغز باید آن‌ها را برای درک روابط عددی و دست‌کاری اعداد (مانند عمل ضرب) بگذراند. در این فصل بحث می‌شود که چرا مغز به یادگیری عمل ضرب به‌عنوان یک عمل غیرطبیعی نگاه می‌کند، همچنین راه‌های دیگری برای آموزش عمل ضرب پیشنهاد می‌شود که ممکن است یادگیری آن‌ها برای دانش آموزان ساده‌تر باشد.

فصل ۳ — مرور عناصر یادگیری. این فصل برخی از یافته‌های اخیر علم اعصاب شناختی، ازجمله اکتشافات در مورد قدرت بازخورد، نظام‌های حافظه و چگونگی تأثیر فناوری بر آن‌ها، ماهیت و ارزش تمرین و تکرار، زمان‌بندی درس، ارزشیابی تکوینی و مزایای نوشتن در کلاس‌های ریاضی را ارائه می‌دهد. تفاوت‌های جنسیتی و ذهنیت ثابت و ذهنیت رشد در ریاضی و همچنین سبک‌های یادگیری و تدریس نیز موردبحث قرارگرفته است. این فصل با بخشی در مورد راهبردهای ایجاد انگیزه در دانش آموزان برای درس ریاضی به پایان می‌رسد.

فصل چهارم - آموزش ریاضی به کودکان پیش‌دبستانی و کودکستانی. اگرچه خردسالان دارای درک عدد ذاتی هستند؛ اما راهبردهای آموزشی خاص می‌تواند این توانایی‌ها را ارتقا دهد و کودکان را برای موفقیت در یادگیری عملیات علم حساب آماده کند. در این فصل برخی از این راهبردها ارائه‌شده است.

فصل ۵ — آموزش ریاضی در مرحله پیش نوجوانی. در این فصل به تحول و ویژگی‌های مغز پیش از بلوغ و چگونگی تأثیر آن‌ها بر رفتار هیجانی و عقلانی فرد می‌پردازیم. در این فصل پیشنهادهایی در مورد چگونگی تغییر برنامه‌های درسی، از پایه‌های ابتدایی تا راهنمایی، با در نظر گرفتن ماهیت این مغز در حال رشد ارائه‌شده است تا بیشتر این دانش آموزان در یادگیری ریاضی موفق شوند. همچنین بحث در مورد چگونگی تدوین استانداردهای ایالتی هسته مشترک ریاضی و هدف آن‌ها برای آموزش ریاضی نیز در این فصل گنجانده‌شده است.

فصل ۶ - آموزش ریاضی به نوجوانان. مشابه فصل قبل، ما ماهیت مغز نوجوان را مرور می‌کنیم و ملاحظات لازم برای تطبیق دروس به‌منظور رفع نیازهای دانش آموزان را پیشنهاد خواهیم داد. در این فصل، بحث‌های مربوط به استدلال ریاضی و گزینه‌های آموزشی – ازجمله سطح‌بندی برنامهٔ درسی، کلاس درس معکوس و سازمان دهندهٔ تصویری– ارائه‌شده است که می‌توانند راهبردهای بسیار مؤثری برای جذاب کردن ریاضی و مرتبط ساختن آن با زندگی روزمره دانش آموزان باشند.

فصل ۷ — تشخیص و درمان مشکلات ریاضی. در این فصل پیشنهادهای زیادی ارائه‌شده است تا معلمان بتوانند با استفاده از آن‌ها دانش‌آموزانی را که در یادگیری ریاضی مشکل‌دارند شناسایی و به آن‌ها کمک کنند، ازجمله دانش‌آموزانی که مشکل اضطراب ریاضی دارند. در این فصل به بررسی تفاوت‌های عمدهٔ بین عوامل محیطی و عوامل رشدی که در بروز مشکلات ریاضی نقش دارند، پرداخته می‌شود. همچنین راهبردهای آزمایش‌شده‌ای ارائه می‌شود که معلمان تمام پایه‌ها می‌توانند در کار کردن با دانش‌آموزانی که در ریاضی ضعیف هستند از آن‌ها استفاده کنند تا به آن‌ها در درک عملیات عددی کمک کنند و بتوانند به درک دقیق‌تر و عمیق‌تری از مفاهیم ریاضی دست بیابند. یک بخش جدید در مورد راهبردهایی برای زبان آموزان انگلیسی که در ریاضی دچار مشکل هستند بحث می‌کند.

فصل ۸ - جمع‌بندی: برنامه‌ریزی دروس ریاضی از پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوازدهم. چگونه می‌توانیم در تمرین‌های روزانه از یافته‌های مهم موردبحث در فصل‌های گذشته استفاده کنیم؟ در این فصل روش‌هایی برای ادغام این تحقیق در برنامه‌ریزی دروس ریاضی پیشنهادشده است و یک مدل آموزشی چهار مرحله‌ای برای آموزش ریاضی در دوران مدرسه ارائه‌شده است. همچنین در مورد تأثیر مثبت ادغام هنر بر آموزش ریاضی، انگیزه، خلاقیت و پیشرفت دانش آموزان بحث می‌شود.

سایر ابزارهای مفید

در پایان هر فصل، بخشی به نام **پرسش و پاسخ** را خواهید دید. این بخش یک ابزار سازمان‌دهی است برای کمک به شما در یادآوری ایده‌ها، راهبردها و منابعی که ممکن است بعداً به آن‌ها توجه کنید. این اطلاعات در توسعه حرفه‌ای و فعالیت‌های مطالعه کتاب برای افرادی که از این کتاب به‌عنوان راهنما استفاده می‌کنند، مفید است.

من اطلاعاتی در مورد تاریخچه ریاضی گنجانده‌ام که فکر می‌کنم ممکن است جالب باشد و یک جنبه انسانی به این موضوع نسبت دهد؛ مانند همهٔ کتاب‌های دیگرم، من هر موضوع را به تحقیقات علمی اصلی ارجاع داده‌ام و در صورت امکان این استنادها را ذکر کردم.

این‌یک کتاب فعالیت ریاضی نیست. در عوض، این کتاب به‌منظور کمک به معلمان در تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام کتاب‌ها، منابع و فعالیت‌ها با توجه به تحقیقات فعلی در مورد چگونگی یادگیری ریاضی مؤثر هستند، طراحی‌شده است.

به دنبال ✓ باشید. بیشتر فصل‌ها شامل پیشنهادهایی برای تبدیل تحقیقات درباره یادگیری ریاضی به تمرین آموزشی هستند. این پیشنهادها با یک علامت ✓ نشان داده‌شده‌اند. هر وقت این نماد را مشاهده کردید، به این معنی است: «در اینجا یک راهبرد است که باید موردتوجه قرار گیرد!»

در انتهای کتاب فهرست گسترده‌ای از **منابع** اینترنتی قرار دارد که فعالیت‌های زیادی را برای معلمان و دانش آموزان در تمام مقاطع ارائه می‌دهند.

چه کسانی باید از این کتاب استفاده کنند؟

این کتاب برای **معلمان ریاضی** تمام پایه‌های تحصیلی مفید است؛ زیرا دربارهٔ این‌که چرا و چه موقع باید راهبردهای آموزشی در نظر گرفته شوند، دلایل مبتنی بر تحقیق ارائه می‌دهد. کتاب حاضر، بر مغز به‌عنوان ارگان تفکر و یادگیری متمرکزشده و فرض می‌کند که هرچه معلمان دربارهٔ چگونگی یادگیری ریاضی بیشتر بدانند، تعداد گزینه‌های آموزشی در اختیار آن‌ها بیشتر خواهد بود. افزایش گزینه‌ها احتمال وقوع یادگیری موفقیت‌آمیز را افزایش می‌دهد.

توسعه‌دهندگان حرفه‌ای به‌طور مداوم نیاز دارند بنیان‌های دانش خود را به‌روز کنند تا تحقیقات و راهبردهای پژوهش محور را شامل شود. این افراد پیشنهادهایی را در طول کتاب می‌یابند که به آن‌ها کمک می‌کند مربیگری معنی‌دار را در آموزش ریاضی طراحی و جایگذاری کنند.

روسا و مدیران مدارس در این کتاب منبع مهمی از موضوعات را برای بحث در جلسات دانشکده و مدرسه پیدا می‌کنند. در مطرح کردن این موضوعات، آن‌ها از این نگرش حمایت می‌کنند که رشد حرفه‌ای برای تدریس ریاضی یک مسئولیت مداوم در مدارس است و یک رویداد گاه‌به‌گاه نیست. مهم‌تر این‌که آشنایی با آنچه تحقیقات مغز درباره یادگیری ریاضی می‌گوید، اعتبار مدیر را به‌عنوان رهبر آموزشی مدرسه بالا می‌برد و این تصور را که مدرسه یک سازمان یادگیری برای همهٔ اعضای آن است، تقویت می‌کند.

اساتید دانشگاه نیز می‌توانند از مزایای تحقیقات و برنامه‌های ارائه‌شده در اینجا، هم به‌عنوان پیشنهادهایی برای بهبود تدریس خودشان و هم به‌عنوان اطلاعاتی برای انتقال به معلمان ریاضی آینده استفاده کنند.

همچنین **والدین** نیز برخی از اطلاعات موجود در این کتاب را مفید می‌یابند، به‌خصوص که آن‌ها، اولین معلمان فرزندان خود هستند.

درواقع، ایده‌های موجود در این کتاب، پشتیبانی تحقیقاتی را برای انواع فعالیت‌های ابتکاری مانند گروه‌های یادگیری مشارکتی، آموزش متمایز، واحدهای موضوعی یکپارچه و رویکرد بین‌رشته‌ای به برنامهٔ درسی ارائه می‌دهد. این کتاب، کتاب منبع برای فعالیت‌های ریاضی پیش‌دبستانی تا کلاس دوازدهم نیست. در عوض، هدف این است که رویکردهای آموزشی را ارائه دهد که با آنچه علم اعصاب شناختی در مورد نحوه برخورد مغز با اعداد و روابط ریاضی به ما می‌گوید، سازگار باشد. البته برخی از فعالیت‌های پیشنهادی بیانگر دیدگاه من در مورد چگونگی برگردان یافته‌های این تحقیقات به تمرین‌های مؤثر کلاس درس می‌باشند؛ اما هدف، پیشنهاد نوع فعالیت به‌جای فعالیت قطعی است. صدها کتاب و برنامهٔ رایانه‌ای در بازار وجود دارد و همچنین منابع اینترنتی مجهز به فعالیت‌های ریاضی، بازی‌ها و کار برگ‌ها نیز در دسترس است. این کتاب به‌منظور کمک به معلم در تصمیم‌گیری دربارهٔ این‌که کدام‌یک از این کتاب‌ها و فعالیت‌ها با توجه به تحقیقات فعلی مؤثر هستند، طراحی‌شده است.

اطلاعات ارائه‌شده در اینجا در زمان انتشار موجود بودند. بااین‌حال، ازآنجایی‌که دانشمندان به بررسی عملکرد داخلی مغز ادامه می‌دهند، به‌احتمال‌زیاد اطلاعات بیشتری درباره مکانیسم‌های مغزی درگیر در یادگیری ریاضی کسب می‌کنند. این اکتشاف‌ها باید به والدین و مربیان کمک کند تا درباره ماهیت ریاضی، مشکلات ریاضی و آموزش‌های مؤثر ریاضی بیشتر بدانند.

■ ارزیابی دانش فعلی شما از چگونگی یادگیری ریاضی

ارزش این کتاب را می‌توان با توجه به این‌که تا چه حد باعث افزایش دانش شما در مورد چگونگی یادگیری ریاضی در انسان می‌شود ارزیابی کرد. اکنون زمان مناسبی است برای این‌که از امتحان صحیح / غلط زیر استفاده کرده و درک فعلی خود را از برخی مفاهیم مربوط به ریاضی و آموزش ریاضی ارزیابی کنید. انتخاب کنید که جملات زیر درست هستند یا غلط و دور گزینهٔ مناسب را خط بکشید. توضیحات مربوط به پاسخ‌ها در کادرهای ویژه در سراسر

کتاب یافت می‌شود.

۱. کودکان درک نمی‌کنند که کلمات عددی با کلماتی که اندازه، شکل یا رنگ اشیاء را توصیف می‌کنند متفاوت هستند. صحیح غلط

۲. توانایی مغز در تشخیص الگوها و ایجاد ارتباط، اغلب به‌عنوان حافظهٔ غیر تداعی‌گر شناخته می‌شود. صحیح غلط

۳. معلمان باید فرض کنند دانش‌آموزانی که در پردازش زبان مشکل‌دارند قطعاً در محاسبات ریاضی با مشکلاتی روبرو خواهند شد. صحیح غلط

۴. حافظهٔ فعال می‌تواند برای مدت‌زمان نامحدودی، اطلاعات نامحدودی را نگه دارد. صحیح غلط

۵. یادداشت‌برداری با لپ‌تاپ باعث یادگیری بیشتر و مرور بهتر آن یادگیری در زمان‌های بعدی می‌شود. صحیح غلط

۶. عملکرد اجتماعی و هیجانی کودک خردسال هیچ تأثیری در رشد توانایی ریاضی او نخواهد داشت. صحیح غلط

۷. توجه هیجانی بعد از بازشناسی شناختی به وجود می‌آید. صحیح غلط

۸. استفاده از فناوری برای محاسبات معمول منجر به درک بیشتر و پیشرفت در ریاضی می‌شود. صحیح غلط

۹. دانش‌آموزانی که نقص شناختی ندارند، در انجام محاسبه و عملیات ریاضی مشکل ندارند. صحیح غلط

۱۰. ریاضی و هنر هیچ ارتباطی به هم ندارند. صحیح غلط

■ آنچه در فصل بعد می‌خوانید

ما با چه تعداد توانایی‌های ذاتی متولدشده‌ایم؟ آیا مدارس هنگام آموزش عملیات حسابی از این توانایی‌ها استفاده می‌کنند؟ چگونه زبان مادری ما بر توانایی یادگیری حساب تأثیر می‌گذارد؟ پاسخ این سؤالات جذاب را می‌توانید در فصل بعد پیدا کنید.

۱

پرورش درک عدد

هر کجا عدد وجود دارد، زیبایی هم وجود دارد.

— پروکلوس (بعد از میلاد ۴۱۰–۴۸۵)

■ نوزادان می‌توانند بشمارند

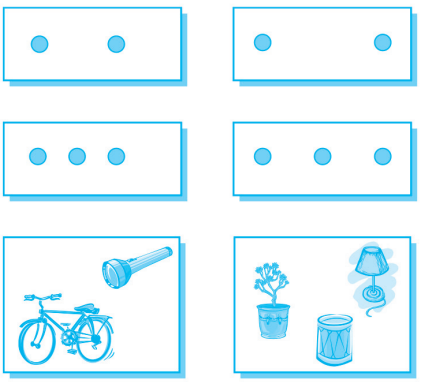
در سال ۱۹۸۰، پرنتیس استارکی ۷۲ مادر را تشویق کرد تا نوزادان خود را به آزمایشگاه او در دانشگاه پنسیلوانیا برای یک آزمایش جدید بیاورند (استارکی و کوپر، ۱۹۸۰). نوزادان که سن آن‌ها بین ۱۶ تا ۳۰ هفته بود، درحالی‌که روی پای مادرشان نشسته بودند اسلایدهایی را مشاهده می‌کردند که بر روی یک صفحه، نمایش داده می‌شدند. اسلایدها حاوی دو یا سه‌نقطهٔ بزرگ سیاه بودند که به‌صورت افقی پخش‌شده بودند. استارکی فاصلهٔ بین نقطه‌ها را تغییر داد به‌طوری‌که نه طول کلی خطوط و نه تراکم نقطه‌ها برای تشخیص تعداد آن‌ها نمی‌توانست مورداستفاده قرار گیرد. استارکی بعد از آزمایش‌های مختلف متوجه شد که میانگین زمان تمرکز از ۱/۹ ثانیه برای یک اسلاید دونقطه‌ای به میانگین ۲/۵ ثانیه (۳۲ درصد فزایش) برای یک اسلاید سه‌نقطه‌ای افزایش پیدا کرد؛ بنابراین، نوزادان تغییر دونقطه به سه‌نقطه را تشخیص دادند.

در یک آزمایش پیگیری، اشتراوس و کرتیس (۱۹۸۱) در دانشگاه پیتسبرگ این قالب را تکرار کردند؛ اما از عکس‌های رنگی اشیاء معمولی به‌جای نقاط استفاده کردند. این اشیاء ازنظر اندازه و چیدمان متفاوت بودند، تنها تعداد آن‌ها ثابت بود. نوزادان همچنان به تفاوت بین اسلایدهای حاوی دو و سه شیء توجه داشتند (شکل ۱٫۱). آزمایش‌های مشابهی با نوزادان توسط محققان مختلف انجام‌شده است (برگر، زور و پانسر، ۲۰۰۶؛ برز، کلومبو و کوهن، ۲۰۱۲؛ ون مارل، ۲۱۰۳). همهٔ آن‌ها یافته‌های یکسانی دارند: در چند ماه اول زندگی، نوزادان متوجه ثبات اشیاء می‌شوند و تفاوت در مقادیر عددی آن‌ها را تشخیص می‌دهند. البته نوزادان درک پیچیده‌ای از شمارش ندارند، اما آن‌ها مفهوم کمیت یا آنچه دانشمندان آن را چندی می‌نامند، درک می‌کنند.

آیا مفهوم چندی ذاتی است یا اینکه کودکان قادرند در اولین ماه‌های زندگی آن را یاد بگیرند؟ نوزادان می‌توانند دو شیء را از سه شیء و یا حتی سه شیء را از چهار شیء تشخیص دهند. گوش آن‌ها تفاوت بین دو صدا و سه صدا را تشخیص می‌دهد. بعید به نظر می‌رسد که نوزادان تنها در چند ماه پس از تولد بتوانند اطلاعات کافی از محیط را برای یادگیری اعداد ۱، ۲ و ۳ کسب کنند؛ بنابراین به نظر می‌رسد این توانایی یک مؤلفه ژنتیکی قوی دارد.

علت حمایت‌های زیاد از نظریه تعبیهٔ چندی در مغز، مطالعات موردی بیمارانی است که درک عدد را ازدست‌داده‌اند

شکل ۱.۱ محققان از اسلایدهایی مشابه این‌ها استفاده کردند تا ثابت کنند که نوزادان می‌توانند بین عدد ۲ و ۳ تمایز قائل شوند. اسلایدهای حاوی نقطه شبیه اسلایدهای مورداستفادهٔ استارکی و کوپر (۱۹۸۰) است و اسلایدهای حاوی اشیاء معرف آزمایش‌هایی است که توسط اشتراوس و کرتیس (۱۹۸۱) انجام شد.



و یا اینکه هرگز درک عددی نداشته‌اند. به‌عنوان‌مثال، باتروورث (۱۹۹۹) بیماری را توصیف می‌کند که دچار سکته شده بود و توانایی‌های گفتاری و استدلال وی دست‌نخورده باقی‌مانده بود؛ اما توانایی او در تخمین یا تعیین تعداد اشیاء در یک مجموعه ازدست‌رفته بود. مورد دیگر بیماری بود که بعد از عمل جراحی برداشتن تومور از سمت چپ مغزش، اعداد برای او بی‌معنی شدند. این بار نیز توانایی زبان و هوش عمومی این بیمار تحت تأثیر قرار نگرفت؛ اما حتی ممکن نبود جمع‌کردن با انگشتان را به او آموزش داد. جدول‌ضرب برای او مانند یک شعرِ بی‌معنی بود. باتروورث همچنین مردی را توصیف می‌کند که فاقد درک عدد بود؛ بااین‌حال او لیسانس خود را در رشتهٔ روانشناسی گرفته بود. او مجبور بود از انگشتان دست خود برای انجام عمل سادهٔ حساب استفاده کند و برای محاسبات دیگر از ماشین‌حساب استفاده می‌کرد؛ اما جواب برای وی بی‌معنی بود. او نمی‌توانست اعداد بزرگ‌تر از دو رقم را بیان کند و یا اینکه به‌سرعت سه چیز را در یک مجموعه بشمارد.

دهین (۱۹۹۷) بررسی کرد که چگونه درک عدد یک فرد بعد از سکته مختل می‌شود. یک بیمار نیمی از اقلام یک مجموعه را می‌شمرد و سپس شمارش را متوقف می‌کرد؛ زیرا فکر می‌کرد که تمام آن‌ها را شمرده است. بیمار دیگری اقلام مشابه را بارها و بارها شمارش می‌کرد و اصرار داشت که تعداد آن‌ها ۱۲ مورد است، درحالی‌که آن‌ها فقط ۴ قلم بودند. این‌ها فقط چند نمونه از یک مجموعهٔ بزرگ از مطالعات موردی است که منجر به یک نتیجه‌گیری می‌شود: ما با یک درک عدد ذاتی متولد می‌شویم!

درک عدد چیست؟

توبیاس دانزیگ (۱۹۶۷) اصطلاح درک عدد را در سال ۱۹۵۴ معرفی کرد و آن را به‌عنوان توانایی توصیف کرد که شخص از طریق آن می‌تواند زمانی که بدون اطلاع او چیزی به یک مجموعه اضافه شود و یا از آن کم شود، تغییرات ایجادشده در آن مجموعهٔ کوچک را تشخیص دهد. ما درک عدد داریم؛ زیرا اعداد مانند کلمات و موسیقی برای ما معنی‌دارند، مانند یادگیری کلمات، ما با درک عدد و یا حداقل با توانایی دستیابی به آن در سنین خردسالی بدون تلاش متولد می‌شویم. ریاضی‌دانی به نام کیت دِولین (۲۰۱۰، ۲۰۰۰) با بیان این‌که درک عدد از دو مؤلفهٔ مهم تشکیل‌شده است، تعریف آن را اصلاح کرد: توانایی مقایسهٔ تعداد دو مجموعه که به‌طور هم‌زمان نشان داده‌شده و توانایی یادآوری تعداد اشیایی که به‌طور پیاپی در یک‌زمان ارائه می‌شوند.

> ازآنجایی‌که ما با درک عدد متولد می‌شویم، بیشتر ما این توانایی را داریم که در ریاضی و محاسبه بسیار بهتر ازآنچه فکر می‌کنیم عمل کنیم.

این‌که ما با درک عدد متولد می‌شویم لزوماً به این معنی نیست که همهٔ ما می‌توانیم ریاضی‌دانان بزرگی شویم، بلکه این بدان معنی است که بیشتر ما این توانایی راداریم که در حساب و ریاضی بسیار بهتر ازآنچه فکر می‌کنیم عمل کنیم. اگر این واقعیت دارد، پس چرا بسیاری از دانش آموزان و بزرگ‌سالان می‌گویند «نمی‌توانیم محاسبات ریاضی را انجام دهیم»؟ ما بعدها به این سؤال جالب پاسخ می‌دهیم.