ریاضیات مقدماتی و آمار توصیفی در روان‌شناسی و علوم‌تربیتی

به‌همراه آموزش ویدیوئی آزمون‌ها، فایل‌های SPSS و اکسل

فهرست مطالب

بخش اول

ریاضیات مقدماتی

دکتر مریم محسن‌پور

فصل ۱: مفاهیم ریاضی پایه

اهداف یادگیری

- آشنایی با قواعد ترتیب انجام عملیات ریاضی؛
- محاسبهٔ عملیات ریاضی در اعداد صحیح و اعداد کسری؛
- محاسبهٔ عملیات ریاضیِ اعداد تواندار، رادیکال و سیگما؛
- انجام عملیات گرد کردنِ اعداد اعشاری.

قواعد ترتیب انجام عملیات ریاضی

از آنجا که محاسبهٔ مقادیر برخی شاخص‌های آماری مانند شاخص‌های مرکزی مستلزم انجام عملیات ریاضی بر روی اعداد صحیح یا کسری است، در این فصل نحوه عملیات ریاضی در بین اعداد صحیح و اعداد کسری آموزش داده می‌شود اما پیش از آن به قواعد انجام عملیات اصلی در ریاضی شامل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اشاره خواهد شد. به‌طور کلی اگر یک عبارت ریاضی مشتمل بر دو یا چند عملیات اصلی باشد، برای اِعمال عملیات ریاضی باید از اولویت انجام عملیات آگاهی داشت بنابراین برخی از قواعد مورد نیاز برای ساده کردن عملیات اصلی در یک عبارت ریاضی به شرح زیر هستند:

۱. اگر یک عبارت ریاضی فقط شامل جمع اعداد باشد، چنانچه ترتیب اعداد را تغییر دهید، حاصل نهایی عبارت تغییر نمی‌کند. در مثال زیر، برای جمع سه عدد، باوجود جابجایی اعداد، حاصل دو طرف عبارت با هم برابر است:

$$۲۵+۱۷+۳٤=۳٤+۲۵+۱۷$$

۲. اگر یک عبارت ریاضی فقط شامل ضرب اعداد باشد، چنانچه ترتیب اعداد را تغییر دهید، حاصل نهایی عبارت تغییر نمی‌کند. در مثال زیر، برای ضرب سه عدد، باوجود جابجایی اعداد، حاصل دو طرف عبارت با هم برابر است:

$$۲۵\times۱۷\times۳٤=۳٤\times۲۵\times۱۷$$

۳. اگر در یک عبارت ریاضی، عملیات مستلزم انجام ضرب و جمع (یا تفریق) باشد، عمل ضرب باید در ابتدا انجام شود. در عبارت زیر، دو عملیات ضرب، دو جمع و یک تفریق وجود دارد که ابتدا ضرب‌ها را باید انجام دهید، سپس از چپ به راست، باید به ترتیب عملیات‌های جمع، تفریق و جمع را اعمال کنید.

$$۲+٤\times ٥-۳\times ٦+۱۷=۲+۲۰-۱۸+۱۷=۲۱$$

نکته: چنانچه در یک عبارت ریاضی مشتمل بر عملیات ضرب و جمع (یا تفریق)، بخواهید اولویت عملیات را تعیین کنید، باید از پرانتز (())یا کروشه ([])یا آکولاد ({}) استفاده کنید. یعنی در صورت وجود هر یک از نمادهای مذکور در یک عبارت ریاضی، انجام عملیات ابتدا باید برای عبارت داخل آن نماد انجام شود. در مثال زیر، ابتدا عملیات تفریق و جمع به ترتیب برای دو پرانتز اول و دوم انجام شده و سپس حاصل این دو پرانتز در هم ضرب می‌شود.

$$(۱٥-٥)\times(۱٦+۳)=۱۰\times ۱۹=۱۹۰$$

٤. اگر عملیات مستلزم انجام تقسیم و جمع (یا تفریق) باشد، عمل تقسیم باید در ابتدا انجام شود. در عبارت زیر، یک عملیات تقسیم، یک جمع و یک تفریق وجود دارد که ابتدا تقسیم را باید انجام دهید، سپس از چپ به راست، عملیات‌های تفریق و بعد جمع انجام شود.

$$۲۸-۳٦\div ۱۲+٤=۲۸-۳+٤=۲۹$$

نکته: چنانچه در یک عبارت ریاضی مشتمل بر عملیات تقسیم و جمع (یا تفریق)، بخواهید اولویت عملیات را مشخص کنید باید از یکی از نمادهای پرانتز (())یا کروشه ([])یا آکولاد ({}) استفاده کنید. یعنی در صورت وجود هر یک از نمادهای مذکور در یک عبارت ریاضی، ابتدا عملیات داخل آن نماد انجام شود. در مثال زیر، ابتدا عملیات تفریق داخل پرانتز انجام شده و سپس حاصل آن بر عدد ٤ تقسیم و بعد با ۱٥ جمع شده است.

$$(٤۸-۳۲)\div ٤+۱٥=۱٦\div ٤+۱٥=٤+۱٥=۱۹$$

٥. اگر عملیات مستلزم انجام ضرب و تقسیم باشد، یا بیش از یک تقسیم در عملیات وجود داشته باشد، باید به وسیله پرانتز، اولویت انجام عملیات نشان داده شود، در غیر اینصورت عبارت نامفهوم است. در عبارت زیر که شامل دو تقسیم است، چنانچه ابتدا ٤۸ بر ٤ تقسیم و حاصل آن بر ۲ تقسیم شود، حاصل عبارت برابر ٦ است اما چنانچه ابتدا ٤ بر ۲ تقسیم شود و سپس ٤۸ بر حاصل آن یعنی ۲ تقسیم شود، حاصل برابر ۲٤ است. به‌عنوان مثال، عبارت زیر نامفهوم است.

۴۸÷۴÷۲

٦. اگر در یک عبارت ریاضی عملیات مستلزم انجام ضرب یا تقسیم و توان باشد، ابتدا عملیات توان باید انجام شود. به‌عنوان مثال در اولین عبارت زیر ابتدا عدد ۳ به توان دو رسیده و سپس حاصل ضرب سه عدد را انجام دهید. در دومین عبارت نیز ابتدا عدد ٤ به توان ۳ می‌رسد و سپس حاصل آن بر ۸ تقسیم می‌شود.

$$8 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$$
$$4^3 \div 8 = 64 \div 8 = 6$$

نکته: چنانچه در یک عبارت ریاضی مشتمل بر عملیات ضرب یا تقسیم و توان، بخواهید اولویت عملیات را مشخص کنید، باید از یکی از نمادهای پرانتز (())یا کروشه ([])یا آکولاد ({}) استفاده کنید. یعنی در صورت وجود هر یک از نمادهای مذکور در یک عبارت ریاضی، ابتدا عملیات داخل آن نماد انجام می‌شود. در عبارت زیر، ابتدا عملیات داخل پرانتز انجام می‌شود، از آنجایی که توان بر تقسیم اولویت دارد، ابتدا عدد توان‌دار محاسبه و بعد تقسیم انجام می‌شود و در گام بعدی ضرب مقدم بر جمع است، لذا ابتدا ضرب و بعد جمع محاسبه می‌شود.

$$6 + 4(8 \div 2^2) = 6 + 4(8 \div 4) = 6 + 4(2) = 6 + 8 = 14$$

۷. چنانچه عبارت ریاضی شامل بیش از یک پرانتز باشد، از داخلی‌ترین پرانتز باید محاسبه را شروع کرد. به‌عنوان مثال، در زیر ابتدا عملیات داخل پرانتز داخلی یعنی تفریق و سپس جمع انجام می‌شود و عملیات تقسیم در آخرین مرحله اعمال می‌شود.

۲٤ ÷ (٥ + (۲۷−۷) = ۲٤ ÷ (٥ + (۲۰))=۲٤ ÷۲٥=۰/۹٦

۸. اگر عددی در یک عبارت ریاضی شامل پرانتز ضرب شود، در صورت سهولت مقدار داخل پرانتز محاسبه، سپس در عدد خارج پرانتز ضرب می‌شود.

٤×(۲۸−۳)=٤×۲٥=۱۰۰

نکته: جایگزین دستورالعمل شماره ۸ این نیز می‌تواند باشد که عدد خارج پرانتز را در تک تک اعداد داخل پرانتز ضرب و حاصل این عبارات را با هم جمع کنید. یعنی:

$$a(b+c+d)=(ab+ac+ad)$$

۹. در یک کسر، خط رسم شده تأثیر پرانتز را دارد، یعنی صورت و مخرج جداگانه محاسبه و به‌صورت یک عدد گزارش می‌شوند. به‌عنوان مثال، در کسر زیر ابتدا عملیات صورت و مخرج محاسبه و سپس مقدار صورت بر مخرج تقسیم می‌شود.

$$\frac{14+4}{6+3}=\frac{18}{9}=2$$

نکته: اگر در یک عبارت ریاضی از خط مورب به جای کسر استفاده شود، استفاده از پرانتز برای مشخص کردن صورت و مخرج ضروری است. در مثال زیر اگر از خط مورب به جای خط کسری استفاده شود، گذاشتن پرانتز برای عبارت‌های صورت و مخرج ضروری است.

$$\frac{12+6}{5-2} \quad \text{یا} \quad (12+6)/(5-2)$$

۱۰. در یک عبارت ریاضی که شامل رادیکال است، رادیکال تأثیر پرانتز را دارد و عبارت زیر رادیکال به عنوان یک عدد لحاظ می‌شود. به‌عنوان مثال:

$$\sqrt{5+8}=\sqrt{(5+8)}=\sqrt{13}$$

نکته: به‌طور کلی،

$$\sqrt{a\pm b}=\sqrt{(a\pm b)}$$

نحوه انجام عملیات ریاضی در اعداد صحیح[1] و اعداد کسری[2]

جمع اعداد صحیح: اعداد صحیح شامل اعداد مثبت و منفی بدون جزء کسری و عدد صفر است. حال اگر در عملیات جمع برای دو عدد صحیح، هر دو عدد دارای علامت یکسان باشند، علامت یکی از اعداد را بنوسید و قدرمطلق دو عدد را با هم جمع کنید. به‌عنوان مثال:

(+۶)+(+۸)= +۱۴

(−۵)+(−۱۲)= −۱۷

اگر دو عدد صحیح دارای علامت یکسان نباشند، علامت عدد بزرگتر را نوشته و قدرمطلق دو عدد را از هم کم کنید، مانند مثال زیر:

(−۷)+(+۱۹) = +۱۲

(−۱۸)+(+۷)= −۱۱

تفریق اعداد صحیح: عملیات تفریق را به جمع تبدیل کرده و طبق دستورالعملِ جمع اعداد صحیح عمل کنید. برای تبدیل عملیات، ابتدا عملیات تفریق را به جمع تبدیل کرده و علامت عدد دوم را

1 Integer Numbers
2 Rational Numbers

قرینه کنید. اگر دو عدد صحیح دارای علامت یکسان باشند، علامت یکی را نوشته و قدرمطلق دو عدد را از هم کم کنید. به‌عنوان‌مثال:

(+٦)−(+٨) =(+٦)+(−٨)= −٢

(−٥)−(−١٢) =(−٥)+(+١٢) =+٧

(−٧)−(+١٩) =(−٧)+(−١٩)= −٢٦

(−١٨)−(+٧) =(−١٨)+(−٧)= −٢٥

ضرب اعداد صحیح: برای ضرب دو عدد صحیح، علامت‌ها در هم و اعداد را در هم ضرب کنید. اگر هر دو عدد مثبت یا هردو عدد منفی باشند، علامتِ حاصل‌ضرب، مثبت و اگر دو عدد غیر هم‌علامت باشند، علامتِ حاصل‌ضرب منفی است. به‌عنوان مثال:

(+٥)×(+٦) = +٣٠

(−٧)×(−٩) = +٦٣

(+٤)×(−٨) = −٣٢

تقسیم اعداد صحیح: برای تقسیم دو عدد صحیح، علامت‌ها را در هم ضرب و اعداد را بر هم تقسیم کنید. اگر هر دو عدد مثبت یا هر دو عدد منفی باشند، حاصل‌ضرب علایم مثبت است و اگر دو عدد غیر هم علامت باشند، حاصل‌ضرب علایم منفی است. به‌عنوان مثال:

(+١٥)÷(+٣) = +٣٠

(−١٨)÷(−٦) = +٣

(+١٤)÷(−٧) = −٢

جمع و تفریق اعداد کسری با مخرج یکسان: همان‌طور که می‌دانید، عدد کسری یا عدد گویا، کسری به‌صورت $\frac{p}{q}$است که در آن اعداد p و q اعداد صحیح هستند و $q \neq 0$. برای جمع (یا تفریق) دو عدد کسری، اگر دو عدد دارای مخرج یکسان باشند، یکی از مخرج‌ها را نوشته، صورت‌ها را طبق قاعده اعداد صحیح با هم جمع (یا تفریق) کنید. به‌عنوان مثال:

$$(+\frac{6}{8})+(+\frac{3}{8}) = +\frac{9}{8}$$

$$(-\frac{5}{9})-(-\frac{12}{9}) =+-\frac{7}{9}$$

جمع و تفریق اعداد کسری با مخرج غیریکسان: اگر دو عدد کسری دارای مخرج غیریکسان باشند، ابتدا یک مخرج مشترک[۱] برای هردو کسر محاسبه کرده و سپس مخرج مشترک را بر مخرج اولیه هر کسر تقسیم کرده و حاصل آن را در صورت کسر مربوطه ضرب کنید و اعداد به دست آمده در صورت کسرها را طبق قاعده جمع (یا تفریق) اعداد صحیح، با هم جمع (یا تفریق) کنید. به‌عنوان مثال:

$$(+\frac{6}{8})+(+\frac{3}{9}) = +\frac{(9\times6)+(8\times3)}{72} = \frac{78}{72} = \frac{13}{12}$$

$$(-\frac{1}{2})-(+\frac{3}{22}) = +\frac{(11\times(-1))-(1\times3)}{22} = -\frac{14}{22}$$

ضرب اعداد کسری: برای ضرب دو عددکسری، علامت‌های آنها در هم ضرب می‌شوند و صورت‌های دو کسر در هم و مخرج‌ها در یکدیگر ضرب می‌شوند. به‌عنوان مثال:

$$(-\frac{5}{9})\times(+\frac{2}{7}) =-\frac{5\times2}{9\times7} =-\frac{10}{63}$$

چنانچه اعداد صورت و مخرج بر هم بخش‌پذیر باشند، بهتر است ابتدا صورت و مخرج‌ها را ساده کنید و سپس ضرب دو عدد کسری را انجام دهید. به‌عنوان مثال:

$$(-\frac{10}{11})\times(+\frac{2}{5}) =(-\frac{2}{11})\times(+\frac{2}{1})= -\frac{4}{11}$$

تقسیم اعداد کسری: برای تقسیم دو عددکسری، ابتدا عملیات تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و سپس کسر دوم را معکوس (وارون) کنید، در آخر طبق قاعده ضربِ کسرها عمل کنید. به‌عنوان مثال:

$$(-\frac{5}{12})\div(+\frac{6}{14}) = (-\frac{5}{12})\times(+\frac{14}{6}) =(-\frac{5}{6})\times(+\frac{7}{6}) =-\frac{35}{36}$$

توان[۲] (نما)

از آنجا که محاسبهٔ مقادیر برخی شاخص‌های آماری مانند واریانس مستلزم انجام عملیات ریاضی توان است، در این بخش شما را با انجام عملیات ریاضیِ توان و نحوه انجام عملیات ریاضی مشتمل بر توان آشنا می‌کنیم. توان به عنوان یک عملیات ریاضی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

اگر n عدد صحیح و مثبتی باشد، توان n ام عدد حقیقی[۳] a برابر است با حاصل‌ضرب a در خودش n بار و به صورت a^n نمایش داده می‌شود. یعنی:

$$a^n = a\times a\times \ldots\times a$$

---

۱ ضرب دو عدد در هم یک مخرج مشترک است.

2 Power
3 Real Number

اکنـــــون اگر n زوج باشد، a^n همواره مثبت است امـــــا اگر n فرد باشد، علامت a^n برابر علامت a است.گفتنی است که به a عدد پایه گفته می‌شود.
به عنوان مثال:

$$-3^5 = -243 \quad \text{و} \quad 4^3 = 64$$

دستور محاسبه با اعداد توان‌دار

- برای جمع یا تفریق دو عدد توان‌دار ابتدا هر عدد را به توان رسانده و بعد حاصل‌ها را بـا هـم جمع یا تفریق کنید. به‌عنوان مثال:

$$3^3 + 4^3 = 27 + 64 = 91$$
$$5^3 - 5^2 = 125 - 25 = 100$$

- برای ضرب یا تقسیم دو عدد توان‌دار، ابتدا هر عدد را به توان رسانده و بعـد حاصـل‌هـا را در هم ضرب یا بر هم تقسیم کنید. به‌عنوان مثال:

$$4^4 \times 5^2 = 256 \times 25 = 6400$$
$$6^3 \div 4^2 = 216 \div 16 = 13.5$$

- برای ضرب دو عدد توان‌دار که دارای پایه یکسان با توان‌های مختلف هستند، یکی از پایه‌ها را بنویسید و توان‌ها را با هم جمع کنید. یعنی:

$$a^n \times a^m = a^{(n+m)}$$

به عنوان مثال:

$$3^5 \times 3^2 = 3^7$$

- برای ضرب دو عدد توان‌دار با پایه‌های مختلف و توان‌های یکسان، یکی از توان‌ها را بنویسـید و اعداد پایه را در هم ضرب کنید. یعنی:

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

به عنوان مثال:

$$6^2 \times 4^2 = 24^2$$

- برای به توان رساندن یک عدد توان‌دار، پایه را بنویسید و توان‌ها را در هم ضرب کنید. یعنی:

$$(\mathrm{a}^{\mathrm{n}})^{\mathrm{m}} = \mathrm{a}^{\mathrm{n}\times\mathrm{m}}$$

به‌عنوان مثال:

$$(5^3)^6 = 5^{18}$$

- برای تقسیم دو عدد توان‌دار که دارای پایه یکسان با توان‌های مختلف هستند، یکی از پایه‌ها را بنویسید و توان‌ها را از هم کم کنید. یعنی:

$$a^n \div a^m = a^{(n-m)}$$

به‌عنوان مثال:

$$5^6 \div 5^3 = 5^3$$

- برای تقسیم دو عدد توان‌دار با پایه‌های مختلف و توان‌های یکسان، یکی از توان‌ها را بنویسید و اعداد پایه را بر هم تقسیم کنید. یعنی:

$$a^n \div b^n = (a \div b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

به‌عنوان مثال:

$$4^5 \div 5^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^5$$

نکته: اگر n یک عدد طبیعی و a عددی مخالف صفر باشد، a^{-n} به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

نکته: توان صفر عدد a که $a \neq 0$ ، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a^0 = 1$$

رادیکال[۱]

از آنجا که محاسبهٔ مقادیر برخی شاخص‌های آماری (مانند انحراف معیار) مستلزم انجام عملیات ریاضی رادیکال است، این بخش به معرفی عملیات ریاضیِ رادیکال و نحوه انجام عملیات ریاضی مشتمل بر آن می‌پردازد. ریشه یک عدد به وسیله رادیکال و با نماد ($\sqrt{}$) نشان داده می‌شود. عبارت $b = \sqrt[n]{a}$ که در آن a و b هر دو عدد مثبت هستند، به‌صورت زیر خوانده می‌شود:

"ریشه n اِم عدد a برابر b است"

بنابراین،

1 Radical

$$\sqrt[n]{a} = b \ \rightarrow b^n = a$$

در عبارت فوق، n عدد صحیح و مثبتی است و آن را فرجه رادیکال نامند.
به‌عنوان مثال،

$$5^3 = 125 \text{ و } \sqrt[3]{125} = 5$$

چند نکته درباره رادیکال

هرگاه فرجه رادیکال عدد ۲ باشد از نوشتن آن صرفنظر می‌شود، یعنی $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$

مثال: $\sqrt[2]{8} = \sqrt{8}$

$\sqrt{a}$ را جذر a می‌نامند و $\sqrt[3]{a}$ را کعب a می‌نامند.
مثال: $\sqrt{8}$ را جذر ۸ و $\sqrt[3]{8}$ را کعب ۸ می‌گوییم.
هر عدد مثبتی دو ریشه زوج دارد که قرینه همدیگر هستند.

مثال: $\sqrt{16} = \pm 4$

اعداد منفی ریشه زوج ندارند اما ریشه فرد دارند.

مثال: $\sqrt[3]{-27} = -3$

ریشه فرد عدد منفی، عددی منفی است و ریشه فرد عدد مثبت، عددی مثبت است.

مثال: $\sqrt[3]{-8} = -2$ و $\sqrt[3]{8} = 2$

دستور محاسبه با رادیکال

هرگاه a عددی مثبت و m و n دو عدد صحیح مثبت باشند، آنگاه می‌توان $\sqrt[n]{a^m}$ را به‌صورت زیر نوشت:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

نکته: در رابطه فوق اگر $m = 1$ آنگاه، $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
به‌عنوان مثال:

$$\sqrt{8^4} = (8)^{\frac{4}{2}} = 8^2$$

حاصل‌ضرب دو رادیکال که دارای فرجه یکسان مانند n هستند، برابر است با ریشه‌ام nام حاصل‌ضرب مقادیر زیر رادیکال‌ها. یعنی:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$

به‌عنوان مثال:

$$\sqrt[3]{10} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{80}$$

تقسیم دو رادیکال که دارای فرجه یکسان مانند n هستند، برابر است با ریشه‌ام nام تقسیم مقادیر زیر رادیکال‌ها. یعنی:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

به‌عنوان مثال:

$$\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{9}} = \sqrt[4]{\frac{5}{9}}$$

برای محاسبه ریشه m ام یک رادیکال، باید فرجه رادیکال در m ضرب شود. یعنی:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

به‌عنوان مثال:

$$\sqrt[3]{\sqrt{18}} = \sqrt[6]{18}$$

سیگما

محاسبهٔ مقادیر برخی شاخص‌های آماری (مانند مجموع مجذورات) نیازمند استفاده از عملیات ریاضی سیگما است بنابراین این بخش به معرفی عملیات ریاضیِ سیگما و نحوهٔ انجام عملیات ریاضی مشتمل بر آن است. برای ساده‌نویسی جمعِ تعداد زیادی عدد، از نماد سیگما استفاده می‌شود. فرض کنید مجموع تعدادی عدد به‌صورت زیر است:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$$

به‌منظور اختصار در نوشتن مجموع فوق، می‌توان آن رابه‌صورت $\sum_{i=1}^{n} x_i$ نوشته و بخوانیم:

«سیگمای $i = 1$ تا n، x_n»

در نمایش سیگمای فوق،i متغیر است و دامنهٔ تغییرات آن اعداد طبیعی ۱ تا n است. همچنین اولین مقداری که متغیر i می‌پذیرد در پایین سیگما و آخرین آن در بالای سیگما نشان داده می‌شود.

برای مثال مجموع $100 + 99 + 98 \cdots + 4 + 3 + 2 + 1$ را می‌توان با استفاده از نماد سیگما به‌صورت زیر خلاصه کرد:

$$\sum_{x=1}^{100} x$$

برخی خواص سیگما

چنانچه c عدد ثابتی باشد، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^{n} c = n + n + \cdots + n = nc$$

چنانچه x_i ها اعداد حقیقی باشند و c عدد ثابتی باشد، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^{n} cx_i = c\sum_{i=1}^{n} x_i$$

چنانچه x_i و y_i اعداد حقیقی باشند و $1 \leq i \leq n$، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$$

نکته: در انجام محاسبات آماری به‌منظور تحلیل داده‌های پژوهشی، سیگما کاربرد فراوانی دارد. دو سیگمای پرکاربرد در تحلیل‌های آمار شامل «مجموع مجذورات کل داده‌ها» و «مجذور مجموع کل داده‌ها» هستند که به ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 = (x_1)^2 + (x_2)^2 + \cdots + (x_n)^2$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)^2$$

سیگمای دوگانه

در پژوهش‌های علوم رفتاری مانند روان‌شناسی و علوم تربیتی، اطلاعات به دست آمده از افراد مورد مشاهده، اغلب برای بیش از یک متغیر گردآوری و طبقه‌بندی می‌شود که در تحلیل آماری نیاز به جمع کردن این داده‌ها به منظور انجام محاسبات است. چنانچه اطلاعات افراد در زمینه دو متغیر جمع‌آوری شده باشند، می‌توان از سیگمای دوگانه برای بیان اختصاری مجموع داده‌ها استفاده کرد و نماد آن به‌صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} x_{ij}\right)$$

در نمایش سیگمای دوگانه فوق، i متغیری است که دامنه تغییرات آن اعداد طبیعی ۱ تا n است و j متغیری است که دامنه تغییرات آن اعداد طبیعی ۱ تا m است. به‌عنوان‌مثال، چنانچه به دنبال محاسبه مجموع معدل ۹۰ نفر از دانشجویان یک گروه آموزشی با سه گرایش تحصیلی باشید که در هر گرایش ۳۰ دانشجو وجود دارد، می‌توانید از سیگمای دوگانه‌ای زیر استفاده کنید که i متغیر گرایش تحصیلی و x_i متغیر معدل افراد است:

$$\sum_{i=1}^{3}\left(\sum_{j=1}^{30} x_{ij}\right)$$

نحوه گِرد کردن[1] اعداد

به‌طور کلی محاسبات مقادیر برخی شاخص‌های آماری، نیازمند انجام محاسبات پی‌درپی است. برای مثال، در فرایند به دست آوردن شاخص مجموع مجذورات نمرات یک گروه، ابتدا باید شاخص میانگین نمرات را به دست آورده و در مرحله بعد اختلاف هر نمره خام را از میانگین محاسبه کرد. با توجه به اینکه در اغلب موارد نتایج محاسبه مقدار میانگین عددی اعشاری است، برای سهولت در ادامه محاسبات بهتر است عدد اعشاری را گرد کنید تا سرعت انجام محاسبات افزایش یابد. به‌طور کلی قاعده گِرد کردن اعداد اعشاری نیاز به مقایسه عدد مد نظر برای حذف، با عدد ۵ دارد که در این صورت دو حالت اتفاق می‌افتد. فرایند گرد کردن اعداد اعشاری به‌طور معمول تا دو رقم بعد از ممیز صورت می‌گیرد بنابراین در ادامه، مثال‌های ارائه شده براساس حذف ارقام بیش از صدم است.

الف– اگر رقم مورد نظر برای حذف بزرگتر از ۵ باشد، آن را حذف و یک واحد به عدد قبل آن اضافه می‌شود و چنانچه رقم قابل حذف کوچکتر از ۵ باشد، آن را حذف و عدد قبل آن تغییر نمی‌کند. به عنوان مثال:

- ۲/٦٥٨٦ بعد از گرد شدن تا دورقم اعشار می‌شود ۲/٦٦
- ٥/٧٤٣١ بعد از گرد شدن تا دورقم اعشار می‌شود ٥/٧٤

ب– اگر رقم مورد نظر برای حذف ۵ باشد، دوحالت پیش می‌آید:

- بعد از ۵ رقم یا ارقامی وجود دارد، در این صورت رقم ۵ را حذف و یک واحد به عدد قبل آن اضافه می‌شود.

---

1 Rounding